

(1982. 4. 15 受理)

壁面流動すべりに関する研究

——粘度測定におけるすべりの影響——

小 島 昇

A Study of the Slippage of Fluid Flowing over Wall

——Effects of Slippage on Viscosity Measurement——

Noboru KOJIMA

Synopsis

The slippage of the fluid flowing over the wall in a pipe is so minut that it has been overlooked in analyzing the fluid flow.

In the case of the wall covered with such a slippery material as Silicone, the change is recognized in the flow rates or the pressure differences.

This phenomenon is thought to be caused by the slippage. Therefore, in such a case the Hagen-Poiseuille equation in general use is not applicable to the measurement of the viscosity of the fluid.

In this paper, a method of viscosity measurement is proposed, by which viscosity can be measured by the maximum flow velocity, a pressure difference and a flow rate.

For the measurement, Laser Doppler Velocimeter is used to measure the maximum flow velocity which is not contact with the fluid; the pressure difference transducer of the variable reluctance type is used to measure the pressure difference; the measuring cylinder is used to measure the flow rate.

Using some results of the experiments, the effects of the slippage on viscosity are investigated for the precise measurement of viscosity.

1. 緒 言

従来、流路内を流体が流れる場合、流体と流路壁面との間ではすべりがあるとしても微小であるとし無視して取り扱われ、流体の粘度測定において、特に精密な実験を除いては、一般に、壁面上のすべりを考慮しないハーゲン・ポアズイユの式が用いられている。

同一流路において、シリコンなどのすべりやすい材料で壁面を表面処理した場合と表面処理しない場合とを比べると、流量や差圧などに差違がみられ、このようなことがらは壁面上の流体のすべりを考慮することにより説明できる。このような場合にハーゲン・ポアズイユの式を用いて流体の粘度を求めることは適当でない。

管壁面上のすべりに関する考察は数例^{1),2)}あるが、本研究では粘度測定について、すべりを考慮して解析し、非接触で流れを乱すことなしに精度良く流速が測定されるレーザドップラ流速計 (LDV) を流速測定に利用し^{3),4)}、最大流速、差圧および流量の測定のみにより、管壁面上のすべりの影響を採り入れた粘度の測定法を提案している。

また、管壁面をシリコンで表面処理した場合と処理しない場合とについて、それぞれすべりを考慮したときと考慮しないときの流体の粘度に及ぼすすべりの影響を検討している。

このような壁面上のすべりを考慮することは、より精密な粘度測定を可能とするために有用である。

記 号

- a : 円管半径
- c : 積分定数
- D : $4p/4\eta l$
- F_D : 収束レンズの焦点距離
- k : 比例定数
- l : 差圧取出口間の距離
- $4p$: 差 圧
- Q : 流 量
- r : 円管中心軸からの距離
- t : ガラス管の管壁の厚さ
- T_x : トラバース距離
- V : 周波数トラッカの出力電圧
- w : 流 速
- w_a : 管壁面上のすべり速度
- w_{\max} : 最大流速
- \bar{w} : 平均流速
- α : 比例定数
- ζ : $w_{\max}/\bar{w} (= \pi a^2 w_{\max}/Q)$
- η : すべりを考慮した場合の流体の粘度
- η_0 : すべりを考慮しない場合の流体の粘度
- θ_1 : $\phi/2$
- θ_2 : $\sin^{-1} \left(\frac{\mu_1}{\mu_2} \sin \theta_1 \right)$

$$\theta_3 : \sin^{-1} \left(\frac{\mu_1}{\mu_3} \sin \theta_1 \right)$$

λ : レーザ光の波長

μ_1 : 空気の屈折率

μ_2 : 空気の屈折率に対するガラスの相対屈折率

μ_3 : 空気の屈折率に対する水の相対屈折率

ϕ : ビーム交叉角

ψ : シリコン処理に対する未処理の場合の差圧の比

2. 測定原理

流路に水平円管を用い、円管内の流体の流れが定常流および層流で、流体が非圧縮性で流体に作用する外力がないものとする、円管中心軸から距離 r における流速 w は次式のように表される⁵⁾。

$$w = -D(r^2 + C)$$

Fig. 1 は流体と管壁面間にすべりが存在すると考えた場合の流速分布であり、境界条件を $(w)_{r=a} = w_a$ とすると、流速 w および流量 Q は上式を用いて、つぎのように導かれる。

$$w = D(a^2 - r^2) + w_a \quad (1)$$

$$Q = \pi a^2 \left(\frac{a^2 D}{2} + w_a \right)$$

最大流速 w_{\max} および平均流速 \bar{w} は上の 2 式から、つぎのように求められる。

$$w_{\max} = a^2 D + w_a$$

$$2\bar{w} = a^2 D + 2w_a$$

これらの式から D および w_a を求めると次式が得られる。

$$D = \frac{Q}{\pi a^4} (\zeta - 1) \quad (2)$$

$$w_a = \frac{Q}{\pi a^2} (2 - \zeta) \quad (3)$$

$D \geq 0$ および $w_a \geq 0$ と考えられることから、(2)式および(3)式を用いて ζ を求めると、つぎのような範囲になる。

$$1 \leq \zeta \leq 2 \quad (4)$$

(2)式および(3)式を(1)式に代入することにより、単位流量当りの流速 w/Q は次式のように表される⁶⁾。

$$\frac{w}{Q} = \frac{1}{\pi a^2} \left\{ \zeta - 2(\zeta - 1) \left(\frac{r}{a} \right)^2 \right\} \quad (5)$$

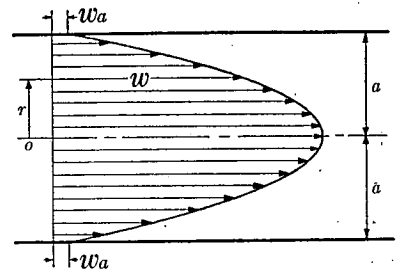


Fig. 1 Effect of slip flow (w_a) on flow velocity distribution

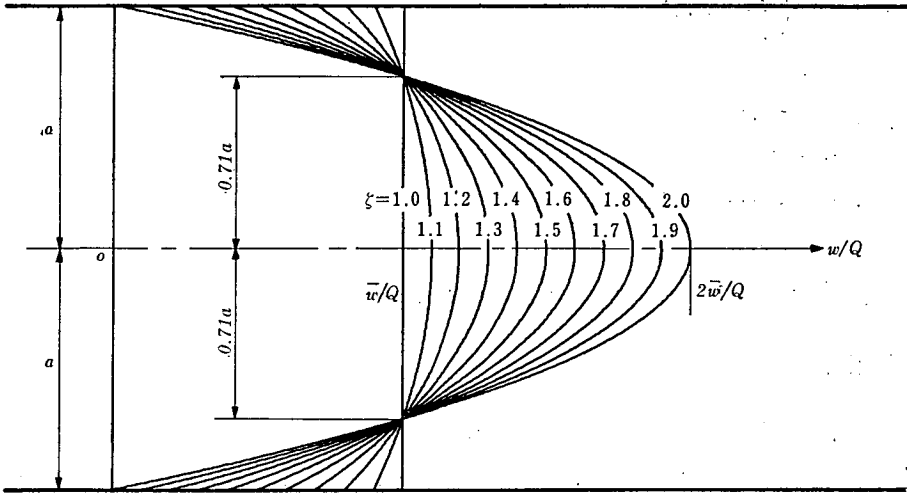


Fig. 2 Influence of slippage on flow velocity distribution

ζ が(4)式の範囲の値を取った場合、(5)式を用いて単位流量当りの流速分布曲線を図示すると Fig. 2 のようになる。

Fig. 2 において、 $\zeta=2$ の場合、管壁面におけるすべり速度は $w_a=0$ となり、流体が管壁面上ですべらないで最大流速は $w_{\max}=2\bar{w}$ となる。

w_a が増加すると w_{\max} は減少し、流速分布曲線は偏平化し、 $\zeta=1$ で $w_a=\bar{w}=w_{\max}$ となり、流体と管壁面間において抵抗がない状態となり流速分布は管径方向には関係なく一様な流れとなる。

なお、 ζ に関係なく流速が平均流速に常に等しい点が存在し、この点までの管中心軸からの距離を(5)式より求めると $a/\sqrt{2}$ で半径の約 71% となる。

すべりを考慮した場合の流体の粘度を η とすると、 $D=4\mu/4\eta l$ と(2)式より η はつぎのように求められる。

$$\eta = \frac{\pi a^4}{8l} \cdot \frac{\Delta p}{Q} \cdot \frac{1}{\zeta - 1} \quad (6)$$

すべりを考慮しない場合の流体の粘度を η_0 とすると、(4)式の条件において $\zeta=2$ であることから、(6)式より η_0 はハーゲン・ポアズユの式から求められるのと同様に、つぎのようになる。

$$\eta_0 = \frac{\pi a^4}{8l} \cdot \frac{\Delta p}{Q}$$

上式と(6)式より η と η_0 との比は次式のように求められる。

$$\frac{\eta}{\eta_0} = \frac{1}{\zeta - 1} \quad (7)$$

すべりを考慮した場合には、(4)式の条件より $\zeta < 2$ と考えられるので、(7)式は

$$\frac{\eta}{\eta_0} > 1 \quad (8)$$

となり、すべりを考慮した場合の粘度 η はすべりを考慮しない場合の η_0 より常に大である。

以上のことから、管壁面の流体のすべりを考慮した場合、流体の粘度はハーゲン・ポアズイユの式から求められるすべりを考慮しない場合の粘度を(6)式あるいは(7)式によって補正することにより求められる。

従来、すべりを考慮した場合のすべりに対する補正は異なる管径について粘度測定を行い、それらの差異を求めることから補正值を求める¹⁾としており、また、すべりの影響を極力除くために細管を用いているが、(6)式によれば、特に細管に限定することなしに、一つの管径について、流量、差圧および最大流速の測定のみにより、すべりを考慮した場合の流体の粘度が求められ都合がよい。

3. 実験装置と実験方法

Fig. 3 は実験装置の概略図である。

流体（水道水）は、はじめ定水頭タンク 1 に導入され、水温制御ヒータで一定の測定水温（15℃）に調整されたのち定水頭タンク 2 に入り、測定部ガラス管に導かれる。

流量は定水頭タンク 2 でヘッドを一定にし、ガラス管出口に取り付けた可撓管を上下することにより調整され、可撓管出口のノズルから流出する水道水の体積をメスシリンダにより 100 秒間測定し、単位時間当りの体積流量として算出する。

測定水温に対する室温の変動による影響を極力避けるために、定水頭タンク 2 とガラス管は流速測定用のレーザ光を通すための測定部の窓を除いて、すべて断熱材で覆い、水温測定用に定水頭タンク 2 の入口（上流側）およびガラス管出口近傍（下流側）にそれぞれサーミスタ温度計を取り付け、測定中常時監視し、上流側と下流側の温度差がないことを確認する。

流速は流れが充分に発達し層流状態になっているところのガラス管下流部において LDV により測定する。

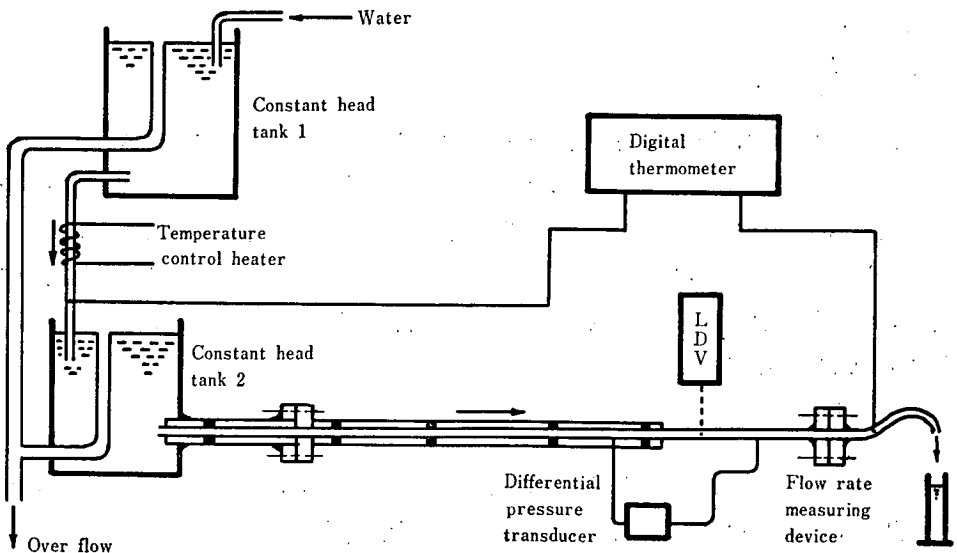


Fig. 3 Schematic arrangement of the experimental apparatus

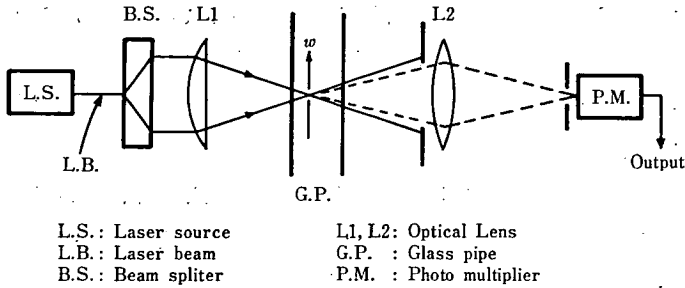


Fig. 4 Optical system of LDV

Fig. 4は実験に用いたLDVの光学系（デュアルビーム前方散乱システム）であり、レーザソース（L. S.）はHe-Neレーザ（ $\lambda=0.6328 \mu\text{m}$ ）・出力15 mWである。

L. S. から出力されたレーザビーム（L. B.）はビームスプリッタ（B. S.）により二本の平行光線に分割され、平行光線は収束レンズ（L 1）により測定点に交叉し、交叉点（測定体積）にフリンジ模様を形成する。

測定体積内のフリンジを通過した粒子による散乱光は集光レンズ（L 2）によってフォトマルチプライヤ（P. M.）に集光され、P. M. により光電変換され、ドップラバースト信号としてP. M. から出力され、信号処理器（周波数トラッカ）によりドップラ周波数に対応したアナログ電圧で出力される。

測定体積内を通過する粒子の数は測定体積の中央が最も多くなる結果⁴⁾を得ているので、周波数トラッカの信号処理は測定体積の中央を通過した粒子による散乱光を最も多く処理して出力するはずである。

そこで、データ処理はサンプルサイズを30個として出力電圧をサンプリングして度数分布を求め、度数の最も多いところのキザミ幅（サンプリングした出力電圧の最大値と最小値の差の1/10）に含まれる値の平均値を測定点における出力電圧とし、次式を用いて測定点における流速を算出する⁷⁾。

$$w = \frac{\lambda}{2k \sin \theta_1} \cdot V$$

Fig. 5に示すように、円管内の測定点の位置（実線）定めは、はじめにガラス管外壁の表面に測定点を合わせ（破線）、つぎに収束レンズを平行移動（トラバース）することにより行う。

この場合、レーザ光は空気、ガラスおよび水と通過するため屈折率の影響を受けトラバース距離 T_x と円管内の内壁から測定点までの距離 r とに差異が生じるので、屈折率の関係から、 $\theta_1 = \phi/2$, $\theta_2 = \sin^{-1}(\mu_1 \sin \theta_1 / \mu_2)$, $\theta_3 = \sin^{-1}(\mu_1 \sin \theta_1 / \mu_3)$ と表すことができ、幾何学的に T_x は次式のように導かれる。

$$T_x = \frac{1}{\tan \theta_1} (r \tan \theta_3 + t \tan \theta_2)$$

円管内を流れる流体の最大流速の位置は管中心軸上であるから、上式において $r=a$ として T_x を算出し、測定点を円管中心軸に合わせ最大流速を測定する。

差圧の測定は磁気抵抗変化型極微差圧トランスデューサにより行う。

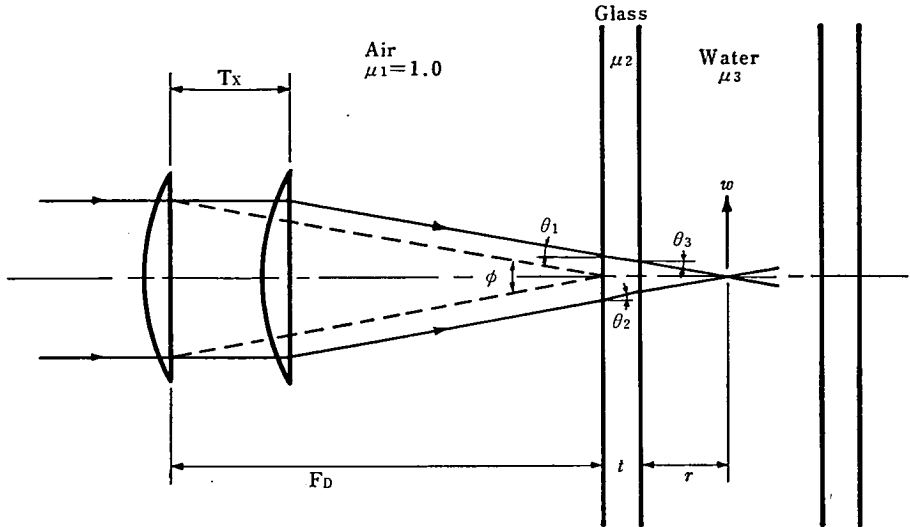


Fig. 5 Determination of measuring position with respect to refraction

測定部ガラス管の長さは約 210cm で、ガラス管内壁面の表面状態は、同一管径において、表面を処理しない場合（未処理）とシリコンで表面処理した場合（シリコン処理）の二種類を採用する。

4. 実験結果と考察

Fig. 6 は最大流速および流量の測定値より求めた ζ をグラフに表したもので、これにより、 a に関する ζ の実験式が次のように求められる。

未処理のとき

$$\zeta = 2 - 0.0212a$$

シリコン処理のとき

$$\zeta = 2 - 0.0380a$$

上の 2 式より、それぞれ未処理の場合とシリコン処理の場合の任意の管径に対する ζ を求めることができる。

ζ の a に対する傾きは管壁面の同一表面状態に対しては一定であるので、 ζ は管壁面のある表面状態に対し、一般的に、次式のように表すことができる。

$$\zeta = 2 - \alpha a \quad (9)$$

ここに、 α は管壁面の表面状態により決まる定数

管壁面の同一表面状態に対し α は一定であるので、 ζ が精度よく求められる場合には、ある表面状態の一つの管径について ζ を求め、(9)式を用いてその表面状態の α を求めておく

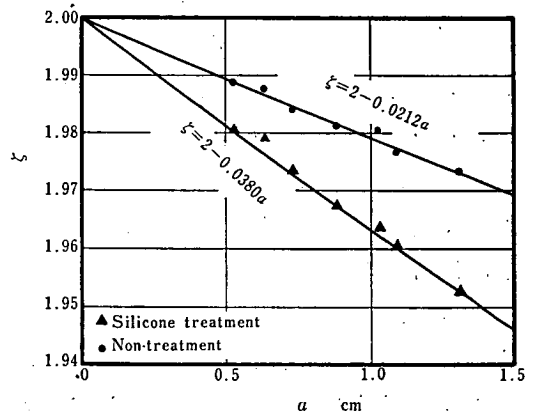

 Fig. 6 Relation between ζ and a

Table 1 Experimental results of the pressure difference per unit flow rate in case of non-treatment and Silicone treatment and their ratios

α (cm)	$\Delta p/Q$ (Pa·s/cm ³)		ψ
	Non-treatment	Silicone treatment	
0.3016	18.85	18.77	1.0043
0.4003	6.064	6.023	1.0068
0.5327	1.928	1.912	1.0084
0.6096	0.9263	0.9158	1.0115
0.7288	0.5479	0.5412	1.0124

ことにより、同じ表面状態の任意の管径の ζ を(9)式から求めることができる。

Table. 1 には、差圧取出口間の距離が 50cm のときの単位流量当りの差圧について、未処理の場合の値とシリコン処理をした場合の値とを比較し、さらに各管径における両数値の比 ψ を示している。

Fig. 7 はこれらの ψ をグラフに表したもので、シリコン処理の場合は未処理の場合より小さい値を示している。このことは、流体と管壁面間の摩擦損失が壁面上のすべりにより減少することを意味している。また、 ψ は管径の増加に伴って大きくなっている。

Fig. 8 は、管壁面の表面処理状態が未処理とシリコン処理について、管壁面上の流体のすべりを考慮した場合と考慮しない場合の水道水の粘度を示したものである。なお、各管径とも、測定における Re 数は 700 以下である。

すべりを考慮しない場合の粘度は、未処理とシリコン処理とでは常に前者の方が後者より大きく、管径が大きくなると両者とも減少し、その差は逆に大きくなる傾向にある。

すべりを考慮した場合の粘度は管径および管壁面の表面処理状態には関係なく一定 (1.2331 mPa·s, 水温 15℃) であり、また、すべりを考慮しない場合より常に大であり、(8)式の傾向と一致している。

管径が小さくなると、すべりを考慮した場合と考慮しない場合との粘度の差は小さくなり、管径が零のところで両者は合致している。このことは、(7)式および(9)式から $\eta = (1 + \alpha a) \eta_0$ なる関係が求められ、 $a=0$ で $\eta = \eta_0$ となることを証明している。

管径および管壁面の表面処理状態などが異なる場合においても、同一流体の粘度は同じでなければならないはずであるから、すべりを考慮しない場合には、管径および管壁面の表面処理

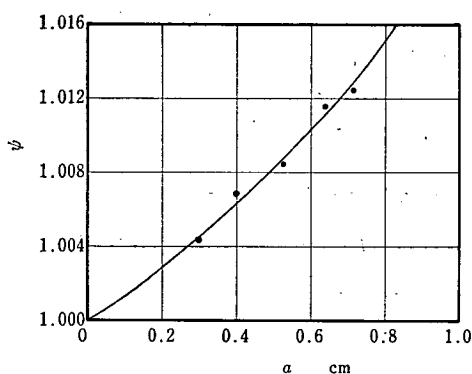


Fig. 7 Relation between ψ and α

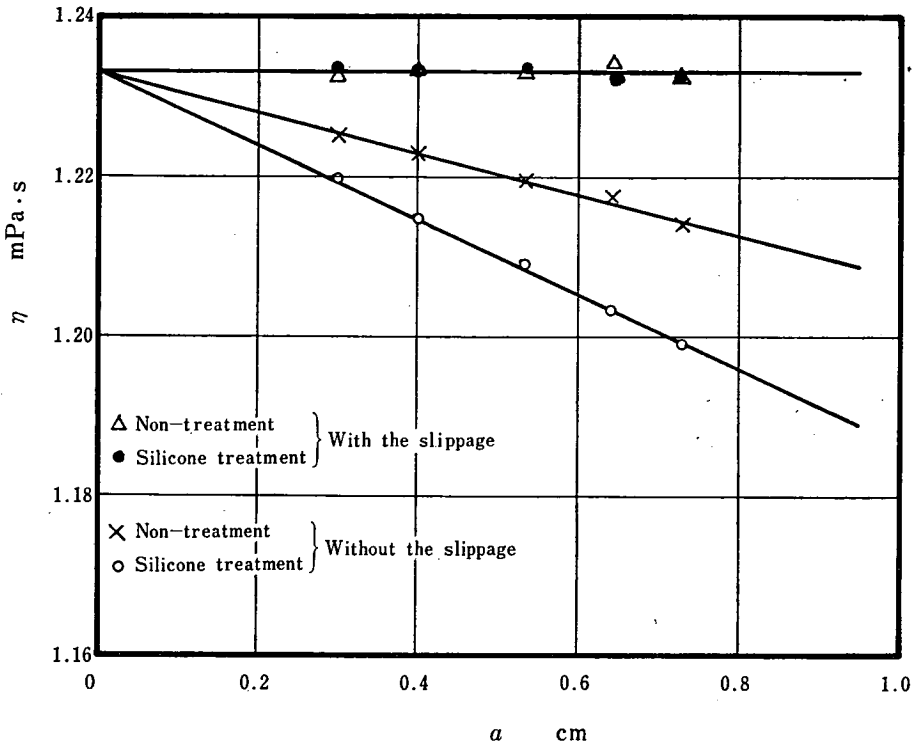


Fig. 8 Effect of slippage at the determination of viscosity (Data taken at 15 °C)

状態などの違いにより粘度が変わるので、粘度が一定となるすべりを考慮する方が妥当であると考えられる。

5. 結 言

管路内を流れる流体の壁面上のすべりが流体の粘度測定に及ぼす影響などについて検討し、つぎのような結論を得た。

1. 管壁面上のすべりを考慮した場合の流体の粘度が、流量、差圧および最大流速の測定のみにより求めることができる方法を提案している。
2. 単位流量当りの差圧は未処理の場合がシリコン処理の場合より常に大きく、その比は管径が増加するにしたがって大きくなる。
3. 管壁面上のすべりを考慮しない場合の粘度は、管径および管壁面の表面処理状態の違いにより変り、また、未処理の場合はシリコン処理の場合より常に大きい。
4. 管壁面上のすべりを考慮した場合と考慮しない場合との粘度の差は管径が小さくなるにしたがって小さくなる。
5. 管径および管壁面の表面処理状態には関係なく、管壁面上のすべりを考慮した場合の粘度は一定であり、また、すべりを考慮しない場合より常に大である。
6. 同一流体の粘度は管径などの違いに対し同じでなければならないはずであるから、管壁面上のすべりを考慮する方が妥当である。

終りに臨み、終始有益なご意見およびご指導をいただいた本学工学部豊沢陽二教授に、ならびに、実験にご協力いただいた卒研究生諸氏に感謝の意を表します。

参 考 文 献

- 1) 川田裕郎：粘度，25/27，コロナ社（1975）
- 2) Horace Lamb：Hydrodynamics, 585/587, Cambridge Univ. Press. (1975)
- 3) 日本科学工業株式会社：技術資料・レーザによる流体速度の計測，No. 2（1974）
- 4) 小島 昇：LDVによる水平円管内流速分布の測定，第20回 SICE 学術講演会予稿集，231/232（1981）
- 5) 倉瀬公男：細管法による粘度の絶対測定に関する研究，計量研究所報告，25—3，5/25（1976）
- 6) 小島 昇：水平円管内壁面流動すべりについて，第20回 SICE 学術講演会予稿集，233/234（1981）
- 7) 流れの計測懇談会：LDV の基礎と応用，94/107，日刊工業新聞社（1980）